

Chapitre 9. Poutres continues

9.1 Introduction

Bien souvent, les poutres sont des éléments préfabriqués que le bétonnage sur chantier rend continus.



La question qui se pose est : faut-il calculer ces éléments comme des poutres isostatiques ou comme des éléments hyperstatiques ?

En fait les deux sont envisageables, car le béton armé va s'adapter au modèle de calcul que l'on a utilisé. On appelle ce phénomène l'adaptation du béton armé.

9.2 Adaptation du Béton Armé

Crédit : Le texte et les figures de ce paragraphe ont été repris en grande partie du cours de Béton Armé d'Olivier Gagliardini (Université de Grenoble) et reproduits avec son autorisation.

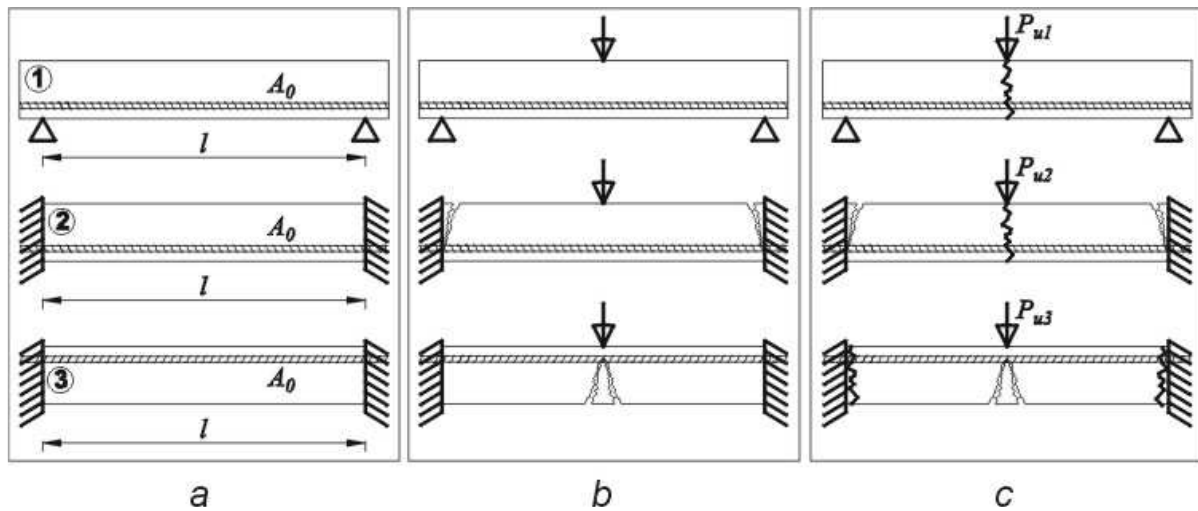
Pour comprendre le phénomène d'adaptation, nous allons étudier le comportement à la rupture de trois poutres en béton armé :

- de même section brute
- de même portée l ,
- armées d'une même section d'acier A_0
- soumises à une charge ponctuelle à mi-travée.

La poutre 1, dite de référence, a ses armatures en partie basse et repose sur deux appuis simples.

La poutre 2 a le même ferrailage que la première, mais elle est encastree à ses extrémités.

La poutre 3 est identique à la deuxième mais elle est montée à l'envers (voir Figure a).



Après application d'une charge relativement faible, les parties de béton tendu qui ne sont pas armées vont se fissurer, comme indiqué sur la Figure b.

La poutre 1 est bien armée, et elle ne va pas fissurer. La poutre 2 se fissure au niveau des encastremets, tandis que la poutre 3 se fissure au centre.

Finalement, la poutre 2 après fissuration fonctionne de façon identique à la poutre 1, tandis que la poutre 3 fonctionne comme deux consoles de portée $l/2$ reprenant chacune une demi charge (voir Figure c).

Par conséquent, pour les trois poutres, le moment dans la section la plus sollicitée vaut :

$$M = P \cdot L / 4$$

A l'ELU, le moment ultime étant proportionnel à la section d'acier dans la section la plus sollicitée :

$$M_u = A_0 \cdot f_{yd} \cdot z$$

On en déduit que cette limite est atteinte pour une même valeur de la charge :

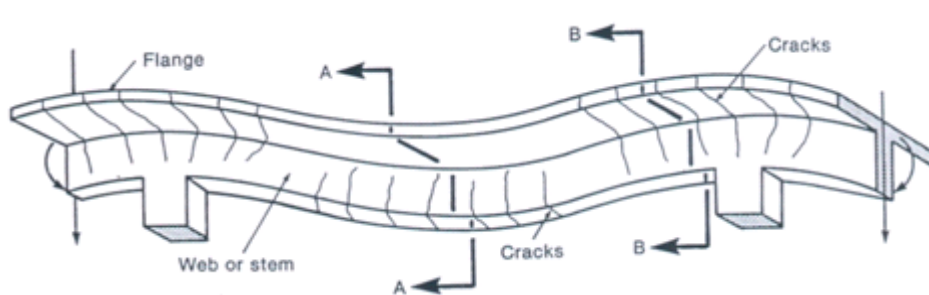
$$P_{u1}=P_{u2}=P_{u3}=4 \cdot A_0 \cdot f_{yd} \cdot z$$

En conclusion, la charge à la rupture ne dépend que de la section d'acier A_0 correspondant au fonctionnement isostatique, indépendamment de la position des aciers pour les poutres encastrées, c'est le phénomène d'adaptation.

9.3 Redistribution Des Moments

9.3.1 Introduction

Le diagramme des moments obtenu par une analyse élastique non fissurée considère toutes les sections de la structure comme non-fissurées. Pour tenir compte des effets de la fissuration (voir figure), ce diagramme peut être redistribué.



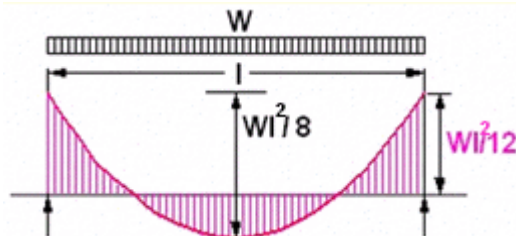
Les principaux avantages de cette redistribution sont :

- une distribution plus équilibrée des moments maximums en travée et sur appuis,
- une réduction de l'amplitude (différence entre le moment max et min en un point) du diagramme enveloppe des moments
- une réduction correspondante d'armatures nécessaires => un ferrailage plus léger et plus facile à mettre en place.

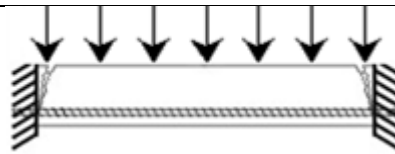
9.3.2 Principe

Prenons un exemple : la poutre bi-encastrée.

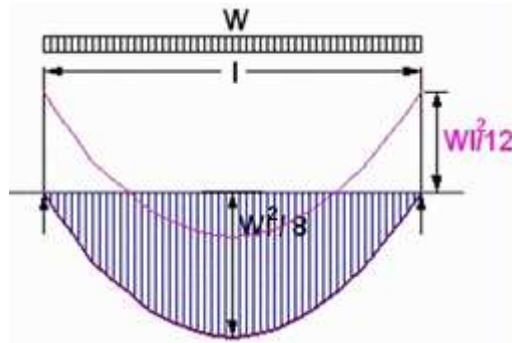
Le diagramme des moments élastiques est donné par la RDM, ou, si la structure est plus compliquée, par n'importe quelle autre méthode linéaire (méthode des Forces, méthode des déplacements, méthode des éléments finis, lignes d'influence,...)



Imaginons à présent un cas extrême : les armatures n'ont été placées qu'à la fibre inférieure! Des tractions en fibre supérieure de la poutre naissent aux encastres et ces tractions ne peuvent être reprises par le béton seul qui se fissure sur toute la hauteur de la poutre.

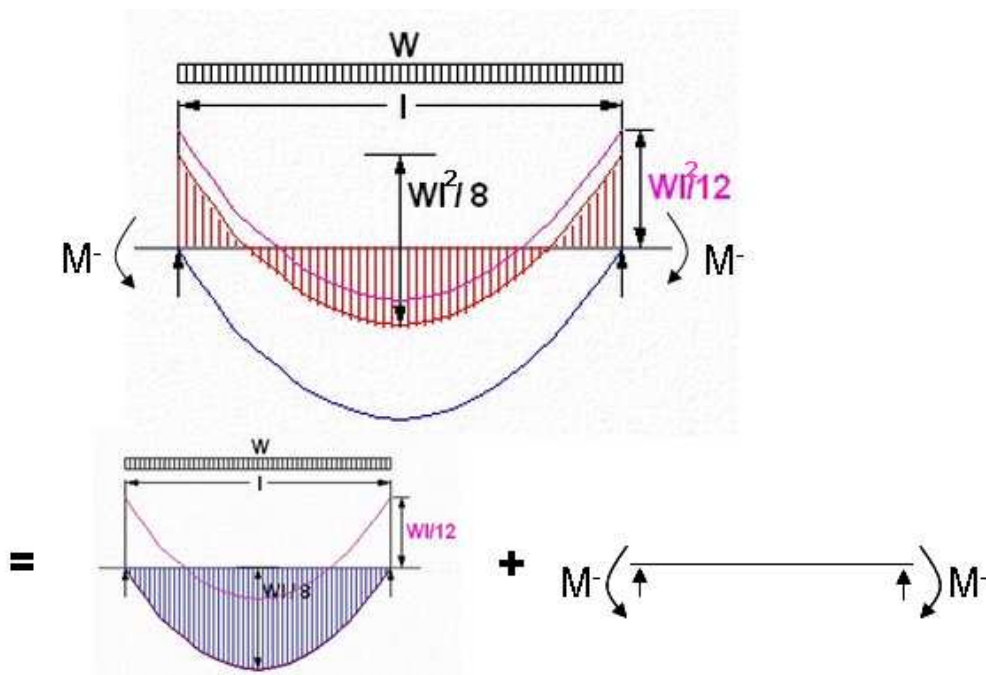


Le diagramme des moments devient donc identique à celui d'une poutre sur 2 appuis simples :



La différence entre les moments en travée et aux appuis reste identique ($wl^2/8$), seule la **distribution** des moments change.

En pratique, si on n'oublie pas les armatures supérieures sur appuis, on est dans une situation intermédiaire.



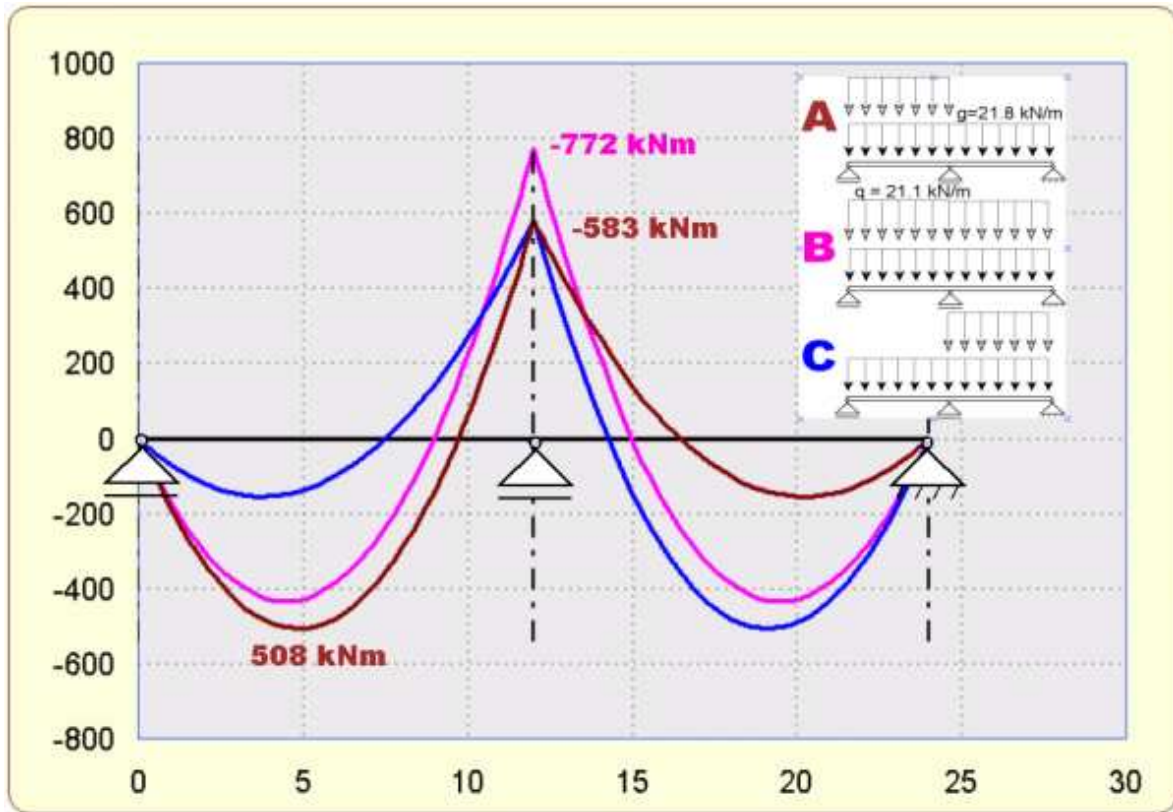
On peut donc diminuer les moments sur appuis, mais cela a pour conséquences d'augmenter les moments en travée pour que la nouvelle distribution des moments continue à équilibrer les charges appliquées.

9.3.3 Exemple

La figure suivante représente le diagramme des moments **élastiques** (non redistribués) d'une poutre continue sur trois appuis pour les trois cas de charge représentés. Le cas de charge B qui produit le moment maximum sur appuis de -772 kNm, n'est pas le même que celui (cas de charge A) qui produit le moment maximum en travée de 508 kNm.

Nous allons à présent réduire les moments sur appuis de 15%, pour prendre en compte les effets de la fissuration sur appuis.

9.3.3.1 Cas de charge A



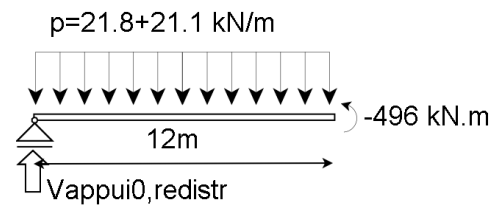
Le moment sur appui central vaut $M_{appui1} = -583 \text{ kNm}$

Le moment maximum en travée vaut : $M_{max+, avant redistr} = 508 \text{ kNm}$

Après réduction du moment sur appui de 15%, on a $M_{appui1, redistr} = -583.16 \cdot (1 - 0.15) = -496 \text{ kNm}$

Après redistribution, l'effort tranchant juste à droite de l'appui gauche vaut :

$$V_{appui0, redistr} = -496/12 + 42.9 \cdot 12/2 = 216 \text{ kN}$$



Le moment maximum en travée se produira à l'abscisse x où l'effort tranchant s'annule :

$$x_{Mmax+} = 216/42.9 = 5.04 \text{ m}$$

$$M_{max+, redistr} = 216 \cdot 5.04 - 42.9 \cdot 5.04^2/2 = 544 \text{ kNm}$$

9.3.3.2 Cas de charge B

On a dans ce cas :

$$M_{app1} = -772 \text{ kNm}$$

$$M_{\text{app1,redistr}} = -772 \cdot (1-0.15) = -656 \text{ kNm}$$

$$V_{\text{app0,redistr}} = (-656 + 42.9 \cdot 12^2 / 2) / 12 = 203 \text{ kN}$$

Le moment Maximum en travée se produira à l'abscisse x où l'effort tranchant s'annule :

$$x_{M_{\text{max+}}} = 203 / 42.9 = 4.73 \text{ m}$$

$$M_{\text{max+,redistr}} = 203 \cdot 4.73 - 42.9 \cdot 4.73^2 / 2 = 479 \text{ kNm}$$

Avec la redistribution, La différence entre le moment sur appuis et le moment en travée est passée de $508 + 772 = 1280 \text{ kNm}$ à $544 + 656 = 1200 \text{ kNm}$. On réduit donc non seulement la valeur extrême négative, mais aussi l'amplitude des moments.

9.3.3.3 En pratique

Lorsqu'on a affaire à des poutres continues, on a trois possibilités :

- On considère les poutres comme isostatiques entre chaque appui et on tient compte de la continuité sur appuis en calculant les sections sur appuis pour un moment de $0.15M_{\text{travée}}$ (prévoir un joint de fissuration).
- On considère la poutre comme hyperstatique et continue sur tous ses appuis et on calcule les moments sans tenir compte de la fissuration (calcul élastique sans redistribution)
- On considère la poutre comme hyperstatique et continue sur ses appuis et on réduit forfaitairement les moments sur appuis pour tenir compte de la fissuration sur appuis : cela entraîne une redistribution des moments

L'Eurocode autorise un certain pourcentage de redistribution (voir MC 10.4) sous réserve que la nouvelle distribution des moments continue à équilibrer les charges appliquées.

Comme la redistribution des moments ne peut se faire que si la poutre est suffisamment ductile, l'Eurocode rend la valeur de $(x_U/d)_{\text{lim}}$ dépendante du taux de redistribution des moments sur appuis.

On a $\delta = \text{Moment après redistribution} / \text{Moment avant redistribution}$

- pour des classes de béton inférieures ou égales à C35/45 :
 - $\delta \geq 0.44 + 1.25 x_U/d$
- pour des classes de béton supérieures à C35/45 :
 - $\delta \geq 0.56 + 1.25 x_U/d$
- pour des aciers à haute ductilité, $\delta \geq 0.7$
- **pour des aciers de ductilité courante, $\delta \geq 0.85$**

Par exemple, si on prend $\delta = 0.85$, on devra avoir $x_U/d \leq 0.328$ (classes de béton inférieures ou égales à C35/45). Il conviendra de bien vérifier cette condition dans la section où on réduit le moment.

9.3.3.4 Avantages et inconvénients d'un calcul avec redistribution des moments

- Avantages :
 - distribution plus équilibrée des valeurs des moments en travée et sur appuis
 - réduction de l'amplitude du diagramme enveloppe
 - réduction des quantités d'armatures
- Inconvénient
 - plus compliqué à calculer manuellement
 - l'analyse pour l'ELS se fait sans redistribution